УДК 519.876.5:621.865.8

СГЛАЖИВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

А.Н. Горитов, С.М. Алфёров

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: angort@mail.ru, alhoresm@sibmail.com

Планирование траектории перемещения рабочего органа в декартовой системе координат приводит к необходимости сглаживания дискретной последовательности узлов траектории. Классический метод наименьших квадратов не применим в силу того, что при сглаживании начальное и конечное положение рабочего органа робота-манипулятора должны быть строго определены. Для решения этой задачи предлагается модифицированный метод наименьших квадратов. Этот метод позволяет построить сглаженную траекторию перемещения рабочего органа с сохранением его начального и конечного положения; уменьшить динамическую нагрузку на приводы и звенья робота-манипулятора.

Введение

Самостоятельное выполнение технологической операции простейшими программируемыми роботами-манипуляторами невозможно без предварительного построения функций управления приводами, совместное выполнение которых обеспечит выполнение заданной операции. Основой построения функций управления приводами является дискретный план траектории перемещения рабочего органа (РО) робота-манипулятора [1]. Перемещение РО по дискретным точкам и в особенности движение во внешней среде с препятствиями приводит к необходимости резкого изменения направления его движения. В силу этого возникают большие динамические нагрузки на звенья манипулятора, что приводит к более быстрому износу механизма и увеличивает потребление электроэнергии. Решение этой задачи заключается в сглаживании дискретного плана траектории так, чтобы уменьшить динамические нагрузки, возникающие при перемещении РО из начального положения в целевое.

Постановка задачи

Дана сетка, по узлам которой происходило планирование траектории (r – расстояние между соседними узлами сетки) и последовательность из n узловых точек спланированной (исходной) траектории в 3-мерном пространстве:

$$(x_i,\quad y_i,\quad z_i),\quad i=0,\dots,(n-1), \tag{1}$$

где i – порядковый номер узла.

Необходимо заменить последовательность (1), на последовательность узловых точек:

$$(x'_i,\quad y'_i,\quad z'_i),\quad i=0,\dots,(n-1),$$

таким образом, чтобы первая и последняя точки траектории, после сглаживания остались прежними, т. е. выполнялось следующее условие:

$$x'_0=x_0,\quad y'_0=y_0,\quad z'_0=z_0,$$
$$x'_{n-1}=x_{n-1},\quad y'_{n-1}=y_{n-1},\quad z'_{n-1}=z_{n-1}. \tag{2}$$

Кроме того, необходимо, чтобы новая (сглаженная) траектория была не только максимально гладкой, но и достаточно близкой к исходной траектории для обхода всех препятствий.

Решение задачи

Согласно методу наименьших квадратов [2] сглаживание траектории происходит путем её замены на полином $F_m(i)$:

$$x'_i=F_m(i)=\sum_{k=0}^{m}ax_k\,i^{m-k}, \tag{3}$$

где m – порядок полинома, k – номер коэффициента полинома, ax_k – коэффициенты полинома, которые находятся из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{cases}\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \sum_{i=0}^{n-1}[(F_m(i)-x_i)i^{m-j}]=0,\quad j=0,\dots,m,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\end{cases} \tag{4}$$

где j – номер уравнения в системе.

Здесь и далее формулы для координат y и z аналогичные.

Условие (2) с использованием (3) можно записать следующим образом:

$$x_0=F_m(0),\quad x_{n-1}=F_m(n-1). \tag{5}$$

При условии (5) систему (4) можно преобразовать к виду:

$$\begin{cases}\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \sum_{i=1}^{n-2}[(F_m(i)-x_i)i^{m-j}]=0,\quad j=0,\dots,m.\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\end{cases} \tag{6}$$

Для того чтобы после сглаживания выполнялось условие (2), необходимо заменить любые два уравнения в (6) уравнениями (5). Например, после замены m-ого и (m–1)-ого уравнения на уравнения (5), СЛАУ примет вид:

$$\begin{cases}\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \sum_{i=1}^{n-2}[(F_m(i)-x_i)i^{m-j}]=0,\quad j=0,\dots,(m-2);\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ F_m(n-1)-x_{n-1}=0,\qquad (m-1);\\ F_m(0)-x_0=0,\qquad m.\end{cases} \tag{7}$$

СЛАУ (7) в матричной форме:

$$\boldsymbol{BxAx} = \boldsymbol{Cx}, \qquad (8)$$

где $\boldsymbol{Bx}$ – матрица СЛАУ, $\boldsymbol{Cx}$ – вектор свободных членов СЛАУ, $\boldsymbol{Ax}$ – вектор искомых коэффициентов полинома (3).

Максимально допустимое отклонение от исходной траектории не должно превышать половины от длины диагонали клетки: $0{,}5\sqrt{3}r$. Этот критерий можно использовать для автоматического подбора необходимой степени сглаживающего полинома.

Описание алгоритма сглаживания

Вход: последовательность точек в 3-мерном пространстве, представляющих план траектории (x_i, y_i, z_i), размер сетки планирования r.

Выход: функция $f(t)$ сглаженной траектории.

1. Степень сглаживающего полинома m:=1.
2. Цикл.
   - 2.1. Поиск X, Y, Z-составляющих траектории: формирование и решение системы уравнений (8).
   - 2.2. Если максимальное отклонение $<0{,}5\sqrt{3}r$, то переход к шагу 3.
   - 2.3. Увеличение степени сглаживающего полинома m:=m+1.
   - 2.4. Переход к шагу 2.1.
3. Конец.

Система уравнений (8) строится по формулам:

$$Bx_{j,k} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n-1} i^{2m-j-k}, & j = 0,\ldots,(m-2), \quad k = 0,\ldots,m; \\ n^{m-k}, & j = m-1, \quad k = 0,\ldots,m; \\ 0, & j = m, \quad k = 0,\ldots,(m-1); \\ 1, & j = m, \quad k = m, \end{cases},$$

$$Cx_j = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n-1} x_i i^{m-j}, & j = 0,\ldots,(m-2); \\ x_0, & j = m-1; \\ x_n, & j = m, \end{cases}.$$

После нахождения всех составляющих траектории оценивается максимальное отклонение сглаженной траектории от исходной траектории (шаг 2.2 алгоритма сглаживания). Это происходит следующим образом:

1. Сглаженная траектория разбивается на последовательность узлов равномерно по времени. Количество узлов равно количеству узлов исходной траектории.
2. Ищется максимальное расстояние между соответствующими узлами исходной и сглаженной траекторий.

Результат такого алгоритма не может быть заниженным, т. к. расстояние между соответствующими узлами не меньше расстояния от узла исходной траектории до сглаженной траектории. Кроме того, расстояние между двумя точками в пространстве найти значительно легче и быстрее, чем найти расстояние от узла исходной траектории до сглаженной траектории. В результате такой замены ужесточается критерий максимально допустимого отклонения и уменьшается время поиска этой оценки. Ужесточение критерия может привести к выбору более высокой степени сглаживающего полинома и к сближению сглаженной траектории к исходной траектории.

Результаты работы

В среде программирования Delphi [3] написана и встроена в систему РАУМС [4] подпрограмма сглаживания траектории. Был проведен эксперимент по моделированию движения гипотетического механизма (робота-манипулятора) в некой рабочей среде с препятствием (рис. 1). Механизм имеет три кинематических узла: первый (основной) вращает основание манипулятора, представленного в виде усеченного конуса; второй выдвигает балку, лежащую на основании; третий – вертикально перемещает РО.

Система спланировала траекторию (рис. 2, пунктир), подпрограмма сглаживания выполнила сглаживание траектории (рис. 2, сплошная кривая). Подпрограмма автоматически подобрала степень сглаживающего полинома m=4. Из рисунка видно, что начальные и конечные точки траекторий совпадают.

Для реализации механизмом не сглаженной траектории на основной кинематический узел необходимо воздействовать силой (рис. 3, *а*), абсолютное значение которой достигает 100 Н. При реализации сглаженной траектории (рис. 3, *б*) абсолютное значение силы не превышает 30 Н и достигает примерно 75 Н только на конечном участке. Ненулевые значения сил на границах траектории обусловлены разгоном в начале движения и торможением в конце. Таким образом, усилия, необходимые для движения механизма по сглаженной траектории, гораздо меньше усилий, необходимых для движения механизма по исходной траектории.

Заключение

Предложена модификация метода наименьших квадратов для сглаживания дискретного плана траектории рабочего органа робота-манипулятора. Метод реализован в среде программирования Delphi [3] в виде подпрограммы и встроен в систему РАУМС [4].

Данная подпрограмма позволяет:

1) построить сглаженную траекторию, для отработки которой требуется меньше усилий, причем время прохождения траектории не увеличивается,
2) значительно снизить динамические нагрузки, возникающие в звеньях манипулятора, повысить длительность эксплуатации и сократить затраты электроэнергии.

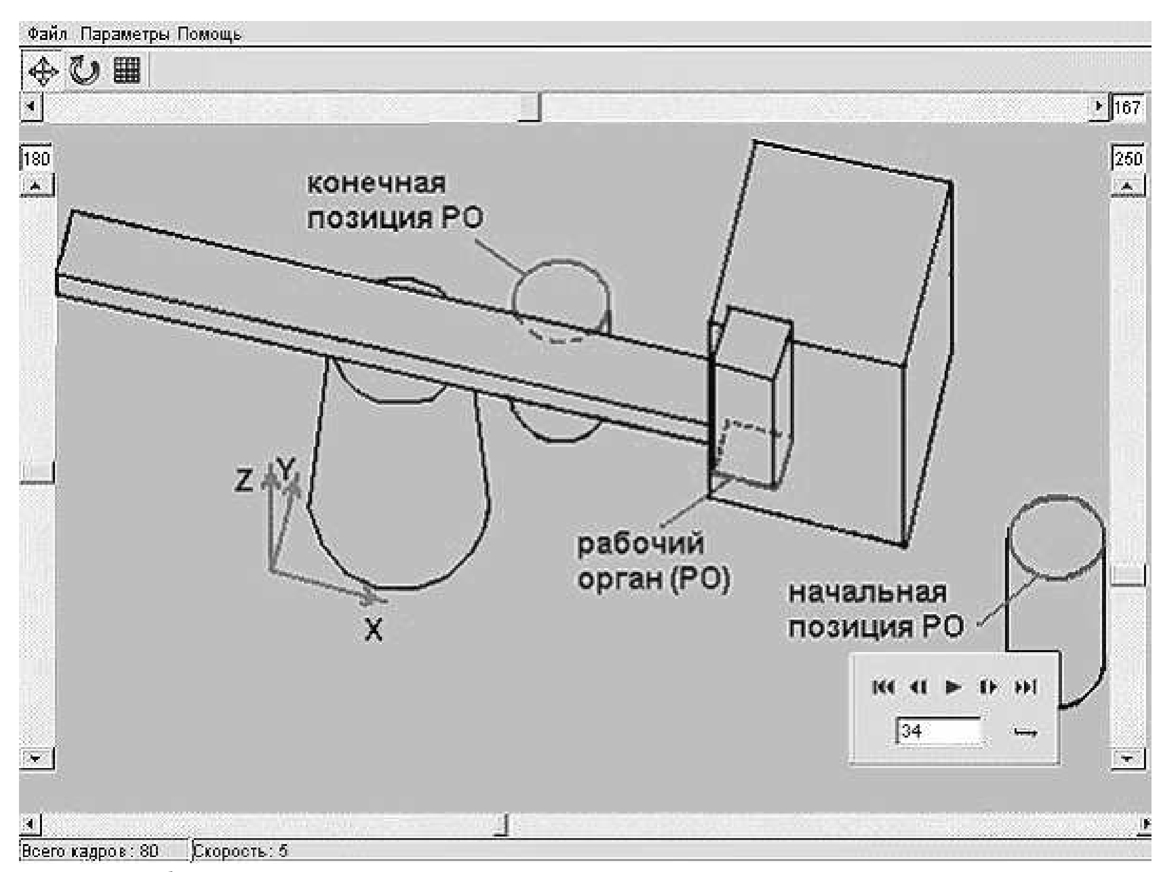


Рис. 1. *Вид рабочей сцены*

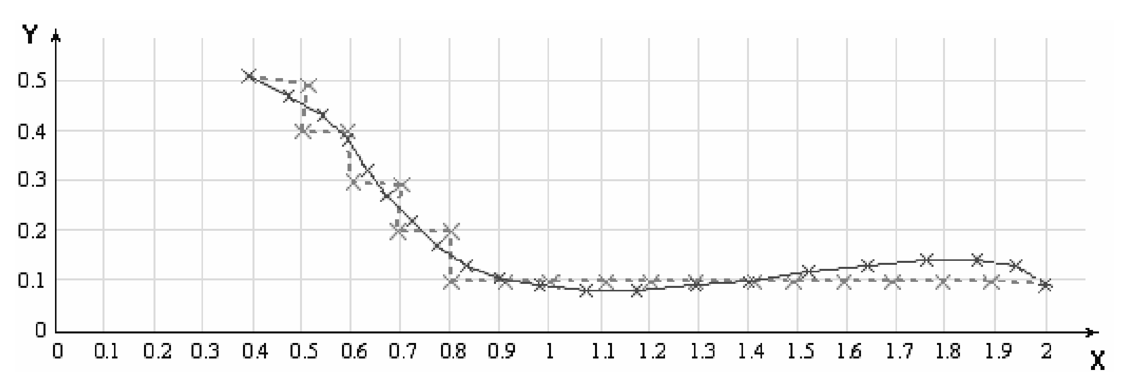


Рис. 2. *Виды исходной и сглаженной траекторий*

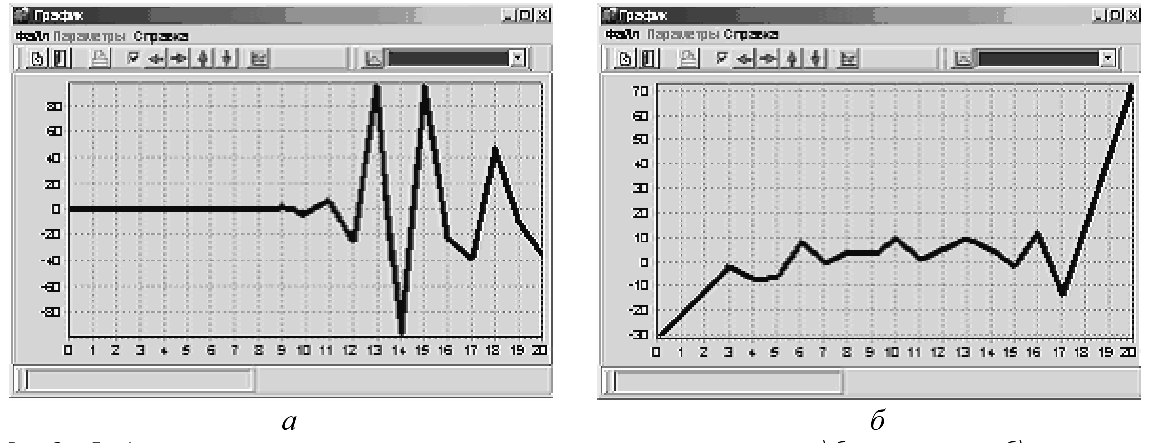


Рис. 3. *Графики сил, прилагаемых к основному кинематическому узлу от времени: а) без сглаживания; б) после сглаживания полиномом 4-го порядка*

По сравнению с классическим методом наименьших квадратов, данный алгоритм обеспечивает совпадение начальных и конечных точек траектории до и после сглаживания, требуя от компьютера меньших ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 400 с.
2. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: Физматлит, 2004. – 400 с.
3. Бобровский С.И. Delphi 7: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2003. – 736 с.
4. Горитов А.Н. Моделирование манипуляционных робототехнических систем в условиях неполной информации о внешней среде. – Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2005. – 276 с.

УДК 579.262